

# FINALE du 27<sup>e</sup> Championnat 30 août 2013

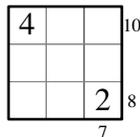
## DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

### 1. SEULEMENT 2, 3 ET 4 (coefficient 1)

On veut écrire un nombre dans chaque case de la grille de façon qu'elle contienne deux fois le 2, trois fois le 3 et quatre fois le 4.

Un 2 et un 4 sont déjà écrits. **Complétez la grille.**

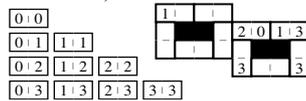
Chaque indice en dehors de la grille donne la somme des trois nombres dans la ligne ou la colonne correspondante.



### 2. UNE DIFFÉRENCE DE UN (coefficient 2)

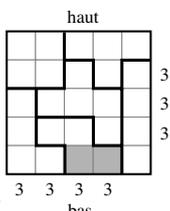
Les dix dominos à gauche doivent être placés sur les cases de la grille à droite. Ils peuvent être tournés d'un angle quelconque ; l'orientation des nombres n'a aucune importance. Lorsque deux dominos se touchent par un côté, les parties voisines doivent porter deux nombres dont la différence vaut 1 (ce n'est pas la règle habituelle du jeu de dominos). Chaque case autre que les noires doit contenir un nombre de 0 à 3, et un seul. Sept nombres sont déjà écrits.

**Placez les treize autres nombres dans la grille.**



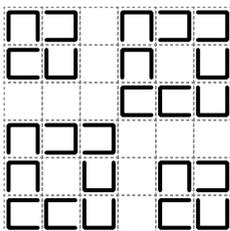
### 3. LES RÉSERVOIRS D'EAU (coefficient 3)

Chacune des six régions entourées d'un trait épais représente la coupe verticale d'un réservoir d'eau. Une case doit rester vide ou être totalement remplie d'eau, mais un réservoir peut être partiellement rempli d'eau. A l'intérieur d'un réservoir non vide, le niveau de l'eau doit être horizontal, l'eau remplissant alors tout l'espace situé au dessous. **Noircissez (remplissez d'eau) certaines cases** de façon que chaque indice en dehors de la grille donne le nombre de cases noires dans la ligne ou la colonne correspondante. Deux cases sont déjà remplies sur la grille.



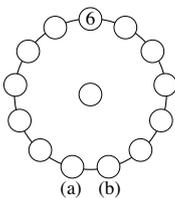
### 4. LES FERS À CHEVAL (coefficient 4)

Eloi le forgeron cloue des fers à cheval sur des quadrillages réguliers  $6 \times 6$  porte-bonheur. Dans un petit carré, on peut clouer un fer à cheval au maximum. Chaque fer à cheval a la forme d'un petit carré légèrement rétréci auquel on a enlevé un côté. Deux fers à cheval ne doivent jamais se longer par un côté. La figure donne un exemple où Eloi a pu clouer 24 fers à cheval. **En recommençant sur un nouveau quadrillage, combien de fers à cheval au maximum Eloi pourrait-il clouer ?**



### 5. LE COLLIER (coefficient 5)

Un collier a 13 perles, mais seulement 6 d'entre elles, numérotées de 1 à 6, sont précieuses. Pour tout  $N$  de 1 à 6, en partant de la perle précieuse  $N$ , dans chacun des deux sens, si l'on passe  $N$  fois d'une perle à la suivante, alors on doit trouver une autre perle précieuse (on peut en avoir trouvée une autre avant). En parcourant le collier dans un sens, on alterne nombres pairs et impairs. On tourne le collier de façon que la perle précieuse 6 soit en haut. Les perles (a) et (b) sont précieuses et le numéro de la perle (a) est plus petit que le numéro de la perle (b).

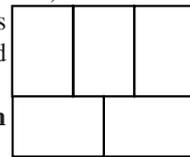


**Finissez de numéroté les perles précieuses.**

### 6. LE RECTANGLE DE L'ANNÉE (coefficient 6)

Le grand rectangle est découpé en cinq petits rectangles identiques. Le périmètre du grand rectangle est 2013 millimètres.

**Quel est, en millimètres, le périmètre d'un petit rectangle ?**



### 7. DIVISEUR OU MULTIPLE (coefficient 7)

Didier et Muriel jouent avec un jeu de dix cartes numérotées de 1 à 10. Didier joue en premier et enlève du jeu la carte numérotée 2. A tour de rôle, chaque joueur doit enlever du jeu une carte dont le numéro est un diviseur ou un multiple du numéro de la carte enlevée du jeu par le joueur précédent. S'il ne peut pas jouer, alors l'autre joueur a gagné.

**Après le 2, quelle est le numéro de la carte que Muriel doit enlever du jeu pour être certaine de gagner ensuite ?**

Note : 1 est un diviseur de tout nombre.

### 8. LES TAS DE BILLES (coefficient 8)

Fibo arrange des billes en lignes horizontales de sorte que toutes les billes de chacune des lignes se touchent et que chaque bille qui n'est pas sur la ligne inférieure touche deux billes de la ligne au dessous. Il y a ainsi respectivement 1, 1, 2, 3, 5 et 8 façons d'arranger respectivement 1, 2, 3, 4, 5 et 6 billes (la figure illustre le cas de 6 billes). Fibo observe que  $1+1=2$ ,  $1+2=3$ ,  $2+3=5$  et  $3+5=8$ , mais il reste prudent pour la suite.



**Combien y a-t-il de façons d'arranger 9 billes ?**

## FIN CATÉGORIE CM

*Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).*

### 9. DEVINE-NOMBRE (coefficient 9)

ABCDEFGHI est un nombre de neuf chiffres utilisant tous les chiffres de 1 à 9. A est strictement inférieur à B. Les nombres de trois chiffres ABC, BCD, CDE, DEF, EFG, FGH, GHI sont divisibles respectivement par 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

**Quel est le nombre ABCDEFGHI ?**

### 10. LES GLANDS DE L'ANNÉE (coefficient 10)

Les écureuils Tic et Tac ont stocké séparément les glands qu'ils ont cueillis sur le chêne de Donald. En prévision du prochain hiver, ils ne mangent aucun de ces glands et ils font attention à n'en perdre aucun. Donald s'absente pendant six jours complets. Chaque jour, deux manipulations aèrent les deux stocks :

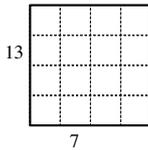
- le matin, Tac enlève la moitié des glands du stock de Tic et l'ajoute à son propre stock ;
- l'après-midi, Tic enlève la moitié des glands du stock de Tac et l'ajoute à son propre stock.

Quand Donald revient à la fin du sixième et dernier jour, après douze manipulations au total, Tic a 2013 glands dans son propre stock. **Combien de glands Tac a-t-il alors dans son propre stock ?** Note : un nombre de glands est toujours entier et positif.

## FIN CATÉGORIE CE

### 11. L'ORDRE MAGIQUE (coefficient 11)

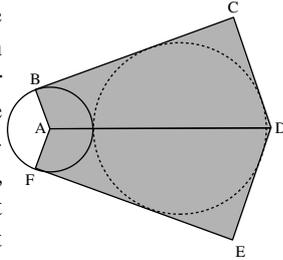
Écrivez un chiffre dans chaque case de la grille de façon que chaque ligne et chaque colonne contienne tous les chiffres de 1 à 4. Les seize nombres de quatre chiffres formés en lisant chaque ligne et chaque colonne dans les deux directions doivent être tous différents les uns des autres. Si ces nombres sont rangés dans l'ordre croissant de 1 à 16, alors chaque indice en dehors de la grille donne le rang du nombre lu à partir de l'indice du plus près au plus loin dans la direction correspondante.



#### FIN CATÉGORIE C1

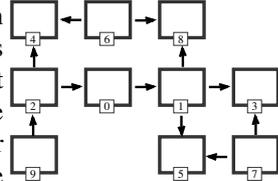
### 12. LE VOLANT DE BADMINTON (coefficient 12)

L'hexagone gris ABCDEF représente la coupe transversale de la jupe d'un volant d'un jeu de badminton pour enfants. A est le centre du petit cercle (la tête du volant), de rayon 8 millimètres. Le grand cercle en pointillé, de rayon 18 millimètres, est tangent au petit cercle. Les côtés [BC] et [EF] sont tangents aux deux cercles. Les côtés [CD] et [DE] sont tangents au grand cercle de façon que les angles BCD et DEF soient droits. **Quelle est, en mm<sup>2</sup>, la superficie de l'hexagone ABCDEF ?**



### 13. SUIVEZ LES FLÈCHES (coefficient 13)

Chacune des dix cases doit contenir un nombre de trois chiffres tous différents les uns des autres et dont la somme est égale à 15. Aucun des dix nombres ne peut être obtenu à partir d'un autre par permutation des trois chiffres. Chaque nombre doit contenir le chiffre écrit sur l'étiquette en bas de la case où il se trouve. Les nombres se trouvant dans deux cases reliées par une flèche doivent contenir un chiffre commun, et un seul, au même endroit (le chiffre des centaines, des dizaines ou des unités) ; la flèche doit être orientée du plus petit vers le plus grand des deux nombres. **Quelle est la somme des dix nombres ?** Note : un nombre de trois chiffres ne commence pas par 0 à gauche.



### 14. LE CHAMP DE L'ANNÉE OU PRESQUE (coef. 14)

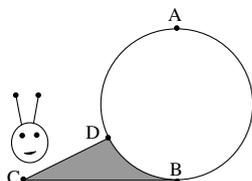
Le champ de l'année, ou presque, est un carré dont le côté mesure un nombre entier de mètres strictement supérieur à 1 et strictement inférieur à 1000. Si l'on diminuait de 1 mètre deux côtés opposés et si l'on augmentait de 1 mètre les deux autres côtés, alors on obtiendrait un rectangle dont la surface, en m<sup>2</sup>, serait divisible par 2013.

**Combien mesure, en mètres, le côté du carré ?**

#### FIN CATÉGORIE C2

### 15. L'ESCARGOT (coefficient 15)

La figure représente la coupe transversale d'un escargot. [BC] a la même longueur que le diamètre [AB] du cercle et lui est perpendiculaire. Le segment de droite joignant C au centre du cercle le coupe en D. **Quel est le rapport des**

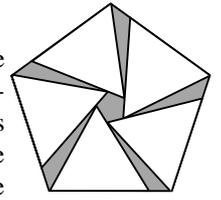


### distances DA / DB ?

La réponse doit être donnée avec trois chiffres après la virgule et arrondie au plus près. Si nécessaire, on prendra 1,732 pour  $\sqrt{3}$  ou 2,236 pour  $\sqrt{5}$ .

### 16. LA GIROUETTE (coefficient 16)

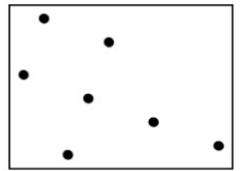
La figure représente une girouette obtenue après découpage et pliage. Les deux pentagones sont réguliers. Les cinq triangles blancs sont équilatéraux. Le petit pentagone et les dix triangles recouvrent parfaitement le grand pentagone. La superficie d'un triangle blanc est 100 cm<sup>2</sup>. **Quelle est, en cm<sup>2</sup>, la superficie totale des cinq triangles gris ?** Si nécessaire, on prendra 0,809 pour  $\cos 36^\circ$  ou 1,732 pour  $\sqrt{3}$ , et on arrondira au plus près.



#### FIN CATÉGORIES L1, GP

### 17. LE VERGER DE PITT AGOSTO (coefficient 17)

Un quadrillage régulier est tracé sur une carte agricole. Le verger de Pitt Agosto a la forme d'un triangle rectangle dont chacun des trois sommets est un noeud du quadrillage et dont chacun des deux côtés de l'angle droit est parallèle à un axe du quadrillage. Le côté d'un petit carré du quadrillage mesure un mètre. L'hypoténuse du triangle rectangle mesure un nombre entier de mètres. Chaque côté du cadre de la figure est parallèle à un axe du quadrillage. Chacun des sept points représente un arbre fruitier. Ce sont tous les noeuds du quadrillage strictement intérieurs au triangle rectangle et situés à une distance entière, en mètres, de son hypoténuse.



**Quelle est, en m<sup>2</sup>, la superficie du verger de Pitt Agosto ?**

### 18. LE CADEAU DE L'ANNÉE (coefficient 18)

Au célèbre jeu de Maths-TV, Lotus a gagné un cadeau qui doit être tiré au sort. Il y a trois cadeaux possibles. Leurs prix sont, en Maths-Euros, 2013 et deux nombres entiers de trois chiffres. Chaque chiffre de 0 à 9 est utilisé une fois, et une fois seulement, pour écrire ces trois nombres. Un à un, les chiffres de 0 à 9 sont tirés au hasard par l'animateur de l'émission. Chacun d'eux peut être tiré une fois au maximum. Dès que tous les chiffres de l'un des trois prix ont été tirés, Lotus gagne le cadeau correspondant. A l'espérance de gain du cadeau dont le prix est 2013 Maths-Euros, il faut ajouter un nombre entier de Maths-Euros pour obtenir la somme des espérances de gain des deux autres cadeaux : **quel est ce nombre entier ?**

L'espérance de gain d'un cadeau est le produit de son prix par la probabilité qu'il soit gagné, elle peut ne pas être entière.

#### FIN CATÉGORIES L2, HC

BRITANNICA  UNIVERSALIS  
Les références culturelles d'aujourd'hui

culture et jeux  
mathématiques

CASIO®

tangente

IREM  
PARIS 7