

# FINALE du 27<sup>e</sup> Championnat 29 août 2013

## DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

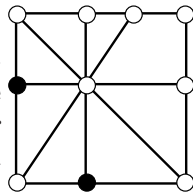
### 1. L'ÂGE DE MATHIEU (coefficient 1)

Les quatre chiffres de l'année 2013 sont tous différents. Mathieu est né le 1er janvier de la dernière année pour laquelle les quatre chiffres étaient aussi tous différents.

Quel est l'âge de Mathieu aujourd'hui ?

### 2. EN NOIR ET BLANC (coefficient 2)

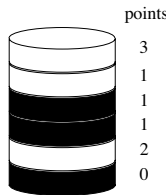
Deux des dix disques de la figure ont été noircis. Noircissez d'autres disques de façon que l'on ait toujours 1 ou 3 disques noirs sur chacun des huit alignements de trois ou quatre disques tracés.



### 3. LES PILES DE JETONS (coefficient 3)

On empile les uns sur les autres dans l'ordre que l'on veut trois jetons blancs et trois jetons noirs. Le score est calculé selon le barème suivant :

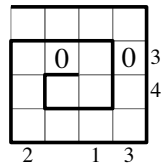
- un jeton situé entre deux jetons de même couleur rapporte 2 points ;
- en bas ou en haut de la pile, un jeton qui touche un seul jeton rapporte 0 point lorsque les deux jetons sont de couleurs différentes ;
- un jeton situé entre deux jetons de couleurs différentes rapporte 1 point ;
- en bas ou en haut de la pile, un jeton qui touche un seul jeton rapporte 3 points lorsque les deux jetons sont de même couleur.



La figure donne l'exemple d'une pile atteignant le score de 8 points. Quel est le meilleur score possible ?

### 4. LA SPIRALE DE L'ANNÉE (coefficient 4)

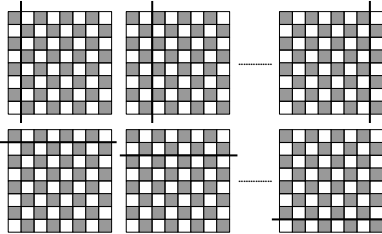
La figure représente une spirale. On part de la case à gauche en haut, puis on se déplace d'une case à la suivante dans le sens des aiguilles d'une montre sans jamais traverser un trait épais. En parcourant la spirale, on doit écrire dans certaines cases et dans cet ordre les nombres 2, 0, 1, 3, 2, 0, 1 et 3. Chaque case non vide ne doit contenir qu'un seul nombre. Chaque indice en dehors de la grille donne la somme des nombres dans la ligne ou la colonne correspondante. Les deux 0 sont déjà écrits. **Ecrivez les six autres nombres dans la grille.**



### 5. LES PARTAGES DE L'ÉCHIQUIER (coefficient 5)

Chacune des 64 cases d'un échiquier 8 x 8 peut contenir une pièce au maximum. Il y a quatorze façons de partager l'échiquier en deux rectangles selon un trait de séparation entre deux colonnes ou deux lignes voisines.

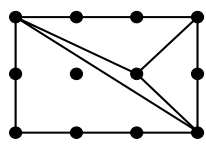
Si à la fin d'une partie, quel que soit le partage, l'un des deux rectangles obtenus contient toujours une pièce, et une seulement, alors combien de pièces au maximum reste-t-il sur l'échiquier ?



## FIN CATÉGORIE CE

### 6. LES LAMAS (coefficient 6)

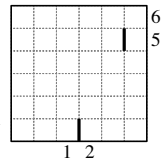
Le rectangle représente un pâturage. Chacun des douze noeuds du quadrillage régulier 2 x 3 représente un poteau. Le rectangle doit être découpé en triangles non plats représentant chacun un enclos



pour 1 lama. Chacun des trois sommets de chaque triangle doit être un noeud du quadrillage. Deux triangles ne doivent jamais être superposables, même après retournement recto-verso. La figure donne l'exemple d'un découpage pour 4 lamas. **Pour combien de lamas au maximum un découpage est-il possible ?**

### 7. CONNEXION (coefficient 7)

Découpez la grille selon les lignes du quadrillage en deux parties d'un seul tenant et de 18 cases chacune. Chaque indice en dehors de la grille donne le plus grand nombre de cases d'une même partie connectées les unes aux autres dans la ligne ou la colonne correspondante. La connexion entre deux cases se fait seulement par un côté. Deux traits du découpage sont déjà tracés.



### 8. JOUR DE CHANCE (coefficient 8)

On a fêté la Saint-Valentin le 14 - 02 - 2013 ; la somme de tous les chiffres de cette date (jour, mois et année complète) vaut 13.

Y compris le 14 février, combien y a-t-il de jours durant l'année 2013, entre le 1<sup>er</sup> janvier et le 31 décembre, pour lesquels la somme de tous les chiffres vaut 13 ?

## FIN CATÉGORIE CM

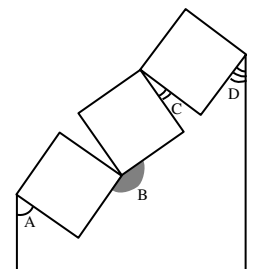
*Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).*

### 9. LE TOUR DE L'ÎLE (coefficient 9)

Avec son scooter des mers, Mortimer part tourner autour de Maths-Île. Avec sa planche à voile, Jenna part du même endroit au même moment. Si elle tourne dans le même sens que Mortimer, alors elle sera dépassée par lui dans 8 minutes et 24 secondes. Si elle tourne dans le sens opposé, alors elle le croisera dans 6 minutes. **Combien de minutes Jenna met-elle pour faire un tour de l'île ?** On supposera que toutes les trajectoires suivent un même cercle et que les deux vitesses sont constantes.

### 10. L'ÉTENDOIR (coefficient 10)

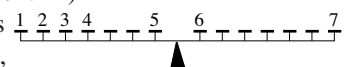
La figure représente trois plaques carrées que Luc vient de peindre. Pour les faire sécher, il les a attachées de proche en proche, chacune par deux coins opposés, entre deux poteaux verticaux. Les angles A, B, C et D mesurent des nombres entiers de degrés. Pour écrire ces quatre nombres, on doit utiliser une fois, et une fois seulement, chaque chiffre de 1 à 9.



Combien mesure au maximum, en degrés, l'angle B ?

### 11. PÈSE-NOMBRES (coefficient 11)

Robert Val utilise neuf masses  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}$  pesant, en hectogrammes, chaque nombre entier de 1 à 9. Il les place de gauche à droite sur les plateaux d'une balance, à partir de 1, dans l'ordre naturel. Le centre de la balance et les sept plateaux de chaque côté sont régulièrement espacés. Un plateau peut contenir une masse au maximum. Le moment d'une masse est égal au produit de



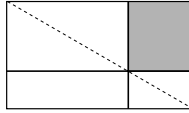
son poids par sa distance au centre de la balance.  
La balance est équilibrée lorsque la somme des moments est la même de chaque côté. La figure donne l'exemple d'un équilibre que Robert Val a obtenu avec les sept premières masses. On vérifie que  $1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 1 = 55 = 6 \times 1 + 7 \times 7$ .

**En recommençant, Robert Val réussit à équilibrer la même balance avec les neuf masses, toujours en plaçant les entiers dans l'ordre naturel de gauche à droite. Ecrivez les neuf nombres au dessus de leurs plateaux respectifs.**

### FIN CATÉGORIE C1

#### 12. LE DRAPEAU (coefficient 12)

La figure représente le drapeau de Maths-Pays. Le grand rectangle est découpé en quatre rectangles partageant un sommet commun situé sur la diagonale descendant de gauche à droite en dehors de ses deux extrémités et de son milieu.



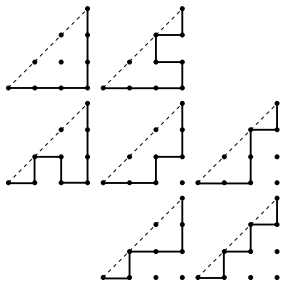
La superficie de chacun des quatre rectangles est un nombre entier de  $\text{dm}^2$ . Celle du grand rectangle est  $240 \text{ dm}^2$ .

**Quelle est, en  $\text{dm}^2$ , la superficie du rectangle gris ?**

La figure ne respecte pas parfaitement le rapport de la longueur à la largeur du grand rectangle, ni la position du sommet commun aux quatre rectangles.

#### 13. LES TRAJETS (coefficient 13)

On se déplace sur un quadrillage régulier d'une extrémité à l'autre de la diagonale montant de gauche à droite en restant au-dessous de la diagonale sans jamais la traverser. On ne peut pas passer deux fois par le même noeud du quadrillage. La figure illustre les 7 façons de le faire si le quadrillage est  $3 \times 3$ .



**Combien y a-t-il de trajets si le quadrillage est  $4 \times 4$  ?**

#### 14. TROIS FOIS "+ 1" ÉGALE "× 2" (coefficient 14)

La brique de Blaise le maçon est un pavé droit (parallélepède rectangle). Ses côtés mesurent des nombres entiers de centimètres. Son volume en  $\text{cm}^3$  n'est pas divisible par 12. Si l'on augmentait chaque côté de 1 centimètre, alors on multiplierait le volume par 2.

**Quel est, en  $\text{cm}^3$ , le volume de la brique de Blaise ?**

Note : deux côtés peuvent avoir la même longueur.

### FIN CATÉGORIE C2

#### 15. AUTORÉFÉRENCE (coefficient 15)

La liste des neuf assertions suivantes se réfère à un nombre entier positif. Certaines sont vraies, d'autres sont fausses.

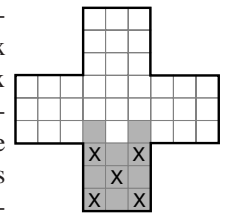
- 1 : le produit des chiffres du nombre est impair.
- 2 : chacun des chiffres du nombre est inférieur au chiffre suivant (s'il existe).
- 3 : aucun chiffre du nombre n'est égal à un autre.
- 4 : aucun des chiffres du nombre n'est supérieur à 4.
- 5 : le nombre a moins de six chiffres.
- 6 : le produit des chiffres du nombre n'est pas divisible par 6.
- 7 : le nombre est pair.
- 8 : la différence entre deux chiffres quelconque du nombre n'est jamais égale à 1.
- 9 : au moins un des chiffres du nombre est égal à la somme de deux autres chiffres du nombre (un chiffre ne peut être compté deux fois que s'il apparaît deux fois dans le nombre).

Si une assertion est vraie, alors son numéro apparaît comme chiffre du nombre ; sinon, il n'y apparaît pas. Le chiffre 0 ne doit pas être utilisé.

**Quel est le nombre ?**

#### 16. LA CROIX DE PHARMACIE (coefficient 16)

La figure représente une enseigne de pharmacie. Chacune des 45 cases de la croix représente une lampe. Une lampe a deux états : elle peut être soit éteinte, soit allumée. Au bout de chaque seconde, une lampe que l'on choisit et toutes les lampes qui lui sont adjacentes par un côté changeant d'état simultanément. Par exemple, au bout de cinq secondes, si les cases cochées d'une croix sur la figure indiquent les lampes que l'on a choisies, alors les 11 lampes grises ont changé d'état une ou trois fois.

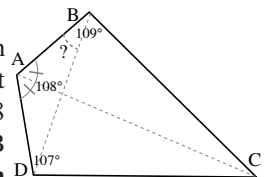


**Si toutes les lampes sont éteintes, alors au bout de combien de secondes au minimum toutes les lampes seront-elles allumées ?** Si vous pensez que c'est impossible, alors répondez «  $\infty$  ».

### FIN CATÉGORIES L1, GP

#### 17. LE CERF-VOLANT (coefficient 17)

Le quadrilatère ABCD représente un cerf-volant. Les angles CDA, DAB et ABC mesurent respectivement 107, 108 et 109 degrés. Les angles DAC et CAB sont égaux. **Combien mesure, en degrés, arrondis si nécessaire au dixième de degré le plus proche, l'angle ABD ?**



Note : La figure ne respecte pas parfaitement les angles.

#### 18. LA RÉPARTITION DIVINE (coefficient 18)

La déesse Tania a réparti tous les nombres entiers strictement positifs, sans exception, entre les demi-dieux Alan et Brad. Elle leur a donné les nombres, à partir de 1, dans l'ordre naturel. Pour tout N au moins égal à 1, si le Nième nombre reçu par Alan est P, et si le Pième nombre reçu par Alan est Q, alors le Nième nombre reçu par Brad doit être Q + 1.

Alan a reçu les nombres 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 22, 24, 25...

Tandis que Brad a reçu les nombres 2, 5, 7, 10, 13, 15, 18, 20, 23, 26...

**Quel a été le 2013<sup>e</sup> nombre reçu par Alan ?**

Si nécessaire, on prendra  $2,236$  pour  $\sqrt{5}$  ou  $2,718$  pour  $e$ .

### FIN CATÉGORIES L2, HC

BRITANNICA UNIVERSALIS  
Les références culturelles d'aujourd'hui

