



### 12 - PAR 5 ET PAR 6 (coefficient 12)

987 a une somme des chiffres divisible par 6 :  $9 + 8 + 7 = 6 \times 4$   
988 a une somme des chiffres divisible par 5 :  $9 + 8 + 8 = 5 \times 5$ .

**Quels sont les deux plus petits nombres entiers positifs consécutifs tels que le plus petit a une somme des chiffres divisible par 6 et le plus grand une somme des chiffres divisible par 5 ?**

### 13 - LES TRIANGLES DE MATHILDE (coefficient 13)

Mathilde trace tous les triangles rectangles satisfaisant aux conditions suivantes :

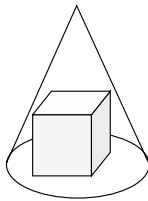
- leurs côtés de l'angle droit mesurent des nombres entiers de millimètres ;
- leur aire est égale à 2013 mm<sup>2</sup>.

**Combien en existe-t-il ?**

On considérera comme identiques deux triangles qui se superposent moyennant un retournement.

### 14 - LE TOUR DU MAGE HIC (coefficient 14)

Le chapeau du Mage Hic est un cône de révolution dont la base est un disque de rayon 27 centimètres et dont la hauteur mesure 70 centimètres. Après avoir prononcé la bonne formule magique, le Mage Hic fait apparaître un cube à l'intérieur du cône.



**Combien mesure l'arête du cube, au maximum ?**

Si besoin est, on prendra 1,414 pour  $\sqrt{2}$  et on arrondira au millimètre le plus proche.

### FIN CATÉGORIE C2

### 15 - LE CARRÉ AUTOUR DU TRIANGLE (coefficient 15)

Un triangle équilatéral de côté 10 centimètres est tracé sur le cahier de Mathias. Celui-ci construit alors un carré dont les côtés passent par les trois sommets du triangle.

**Combien mesure le côté du carré, au minimum ?**

Si besoin est, on prendra 1,414 pour  $\sqrt{2}$  et 1,732 pour  $\sqrt{3}$ , et on arrondira la réponse exprimée en centimètres au centième le plus proche.

### 16 - LES DEUX NOMBRES (coefficient 16)

Deux nombres entiers positifs non nuls sont tels que :

- \* la différence de leurs carrés est un cube ;
- \* la différence de leurs cubes est un carré.

**Que vaut le plus grand de ces deux nombres, sachant qu'il est inférieur à 20 ?**

### FIN CATÉGORIES L1, GP

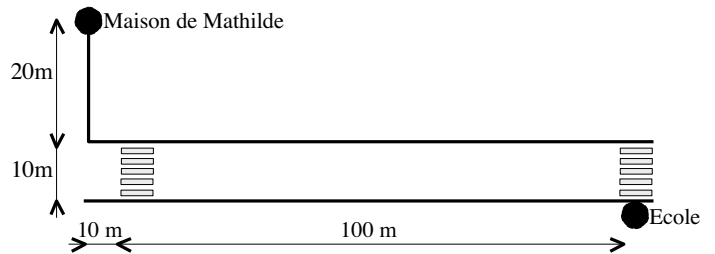


### 17 - UNE ANNÉE TRÈS PRODUCTIVE (coefficient 17)

Le nombre 2013 est productif : les produits de deux chiffres consécutifs,  $2 \times 0$ ,  $0 \times 1$  et  $1 \times 3$ , soit 0, 0 et 3 se lisent tous dans le nombre 2013. Il en est de même du nombre 1261, puisque 2, 12 et 6 se lisent dans 1261.

**Quel est le plus petit nombre productif dont l'écriture utilise les dix chiffres de 0 à 9 ?**

### 18 - LE CHEMIN DE L'ÉCOLE (coefficient 18)



Lorsqu'elle se rend à l'école, Mathilde marche toujours à 4,5 km/h. Mathilde a élaboré une stratégie qui lui permet de partir le plus tard possible de chez elle tout en n'arrivant jamais après 8 h 30 à l'école. Pour ceci, elle a remarqué que les feux à piétons des deux passages protégés de l'avenue où se trouve son école étaient verts pendant 15 s puis rouges pendant 45 s. De plus ils sont synchronisés (ils ont la même couleur au même moment) et visibles depuis n'importe quel point de l'avenue. En revanche, l'horaire auquel ils démarrent le matin n'étant pas fixe, il n'est pas possible de savoir à l'avance l'heure à laquelle ils passeront au vert et Mathilde ne découvre l'état des feux qu'à l'instant où elle arrive à l'intersection de la rue de sa maison et de la rue de l'école.

**Quelle est, en moyenne, l'heure à laquelle arrive Mathilde à l'école, sachant qu'une fois qu'elle est sortie de chez elle, elle essaie toujours d'arriver le plus tôt possible à l'école ?**

On donnera une réponse arrondie à la seconde la plus proche.

### FIN CATÉGORIES L2, HC



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Unil

UNIL | Université de Lausanne

Ne manquez pas le **14<sup>e</sup> Salon Culture et des Jeux mathématiques** :

*Mathématiques pour la planète Terre*, du jeudi 30 mai au dimanche 2 juin 2013 à la Cité des Sciences et de l'Industrie, Porte de la Villette, Paris

Une manifestation **Sciences sur Seine 2013** de la Ville de Paris organisée par le CIJM.

