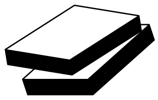
FINALES RÉGIONALES 21 mai 2011

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1 - LE JEU DE CARTES (coefficient 1)

On sépare ce jeu de 52 cartes en deux paquets de 26 cartes. Dans le paquet du dessus, on compte 18 cartes noires.

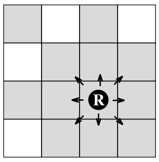


Combien y a-t-il de cartes rouges dans le paquet du dessous ?

Note : On rappelle que dans un jeu de cartes, chaque carte est rouge ou noire et qu'il y a autant de cartes rouges que de cartes noires.

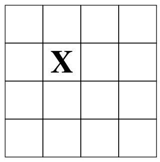
2 - LES QUATRE REINES (coefficient 2)

Au jeu d'échecs, une reine se déplace horizontalement, verticalement ou en diagonale, d'un nombre quelconque de cases, à condition qu'aucune pièce ne fasse obstacle au déplacement.



Ainsi la reine placée sur le mini-échiquier de 16 cases du dessin peut atteindre chacune des cases en gris.

Placez quatre reines sur quatre cases de ce mini-échiquier de façon que la case marquée d'un X ne soit atteignable par aucune des quatre reines.



3 - LES HUIT JETONS (coefficient 3)

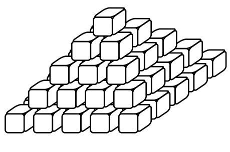
En utilisant les huit jetons ci-contre, formez une addition dont le résultat est égal à 2011.

0 1 1 2
6 9 6 +

Attention, un jeton portant un "6" peut devenir un "9" en le retournant et inversement. Tous les jetons doivent être utilisés et aucun nombre ne doit commencer par un "0".

4 - LA PYRAMIDE DE THÉOPS (coefficient 4)

Théops dispose de 111 cubes tous identiques. A l'aide de ces cubes, il construit une pyramide sur le modèle du dessin ci-contre où, à partir du deuxième niveau, chaque cube est posé sur exactement quatre autres cubes.

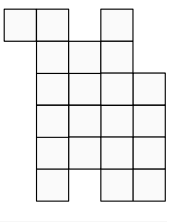


Théops réalise le plus grand nombre possible d'étages complets à l'aide des cubes dont il dispose.

Combien lui restera-t-il de cubes inutilisés ?

5 - DÉCOUPAGE (coefficient 5)

Découpez cette figure en trois parties de même forme et de même taille.



Note : Pour superposer les trois parties, il est possible qu'il soit nécessaire de retourner l'une d'entre elles.

FIN CATÉGORIE CE

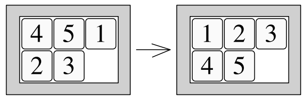
6 - LA CALCULATRICE DE MATHIAS (coef. 6)

Mathias possède une calculatrice qui possède une touche bizarre marquée Ξ. Lorsqu'il appuie sur cette touche, la calculatrice affiche le plus grand nombre entier qui ne dépasse pas la moitié du nombre précédemment affiché. Ainsi, si la calulatrice affichait 1000, après que Mathias ait appuyé sur la touche Ξ, elle affichera 500. Si elle affichait 313, elle affichera 156.
La calculatrice affiche 2011. Mathias appuie plusieurs fois sur la touche Ξ et s'arrête dès que l'écran de la calculatrice affiche 0.

Combien de fois a-t-il appuyé sur la touche Ξ ?

7 - LE TAQUIN (coefficient 7)

Dans ce jeu de taquin, on peut faire glisser un petit carré situé à côté de la case vide vers cette case vide. Par exemple, dans la situation représentée à gauche, on peut au choix faire glisser le 3 ou le 1 vers la case vide. Chaque glissement d'un petit carré compte pour un mouvement.



En combien de mouvements, au minimum, peut-on passer de la situation de gauche à celle représentée à droite ?

Répondez 0 si vous pensez que c'est impossible.

8 - LES DEUX NOMBRES (coefficient 8)

L'oncle de Mathias et de Mathilde a choisi mentalement deux cartons parmi les cinq cartons représentés ci-contre.

2 4 5 8 11

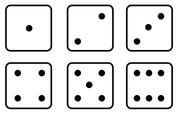
Il dit à l'oreille de Mathilde : "La somme des deux nombres que j'ai choisis est ....", puis à l'oreille de Mathias : " La différence des deux nombres que j'ai choisis (le plus grand moins le plus petit) est ....".
L'oncle demande alors : "Sauriez-vous me dire quels sont les deux nombres que j'ai choisis ?"
_ En connaissant seulement leur différence, je ne peux pas, dit Mathias ;
_ Je ne pouvais pas non plus, mais compte tenu de ce que Mathias vient de dire, alors je sais quels sont ces deux nombres, rétorque Mathilde.

Quels sont les deux nombres choisis par l'oncle ?

FIN CATÉGORIE CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - LES DÉS DE DIDIER (coefficient 9)



Didier dispose d'un grand nombre de cubes et de carrés de papier de même dimension portant de 1 point à 6 points (voir la disposition exacte de ces points sur le dessin). En collant ces carrés sur les faces des cubes (un carré coïncidant exactement avec une face), il fabrique des dés portant sur leurs faces les nombres de points allant de 1 à 6 et tels que la somme des points portés par deux faces opposées soit toujours égale à 7.
Combien de dés différents Didier peut-il fabriquer, au maximum ?
Deux dés seront considérés comme identiques si toutes les photos réalisables avec l'un des deux peuvent être faites à l'identique avec l'autre dé.

10 - DE 1 À COMBIEN ? (coefficient 10)
Mathias calcule la somme des nombres entiers positifs successifs à partir de 1 : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ...
Lorsqu'il arrête son calcul, il constate que la somme qu'il obtient est égale à un nombre de trois chiffres tous identiques. **Combien de nombres Mathias a-t-il additionnés ?**

11 - LA ROUTE DE L'ANNÉE (coefficient 11)
Cinq villes Ha, Bé, Cé, Dé et Eu sont situées sur une route circulaire. On peut se rendre d'une ville à l'autre en faisant moins d'un tour dans un sens ou dans l'autre. On parcourt ainsi des nombres de kilomètres qui sont vingt nombres entiers tous différents les uns des autres.
En se rendant de Ha à Bé, on parcourt 20 kilomètres dans le sens des aiguilles d'une montre.
En se rendant de Cé à Dé, on parcourt 11 kilomètres dans le sens des aiguilles d'une montre, et un kilomètre de plus dans l'autre sens.
Combien de kilomètres parcourt-on dans le sens des aiguilles d'une montre en se rendant d'Eu à Ha ?

FIN CATÉGORIE C1

12 - AAAA (coefficient 12)
La somme des carrés de trois nombres impairs positifs consécutifs est un nombre à quatre chiffres tous identiques.
Quel est le plus petit des trois nombres impairs ?

13 - LE TRAPÈZE (coefficient 13)
Les deux bases d'un trapèze ont pour longueurs respectives 1515 cm et 2011 cm.
Les deux angles adjacents à la grande base de ce trapèze ont pour somme 90°.
Quelle est la distance entre les milieux des deux bases ?
On arrondira éventuellement au centimètre le plus proche.

14 - QUE DE 2 ! (coefficient 14)
Trouver deux nombres entiers positifs de trois chiffres **dont le produit est égal à 222 222.**
Sur le bulletin-réponse, vous rangerez ces deux nombres dans l'ordre croissant.

FIN CATÉGORIE C2

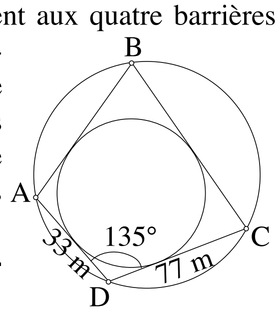
15 - ANNÉES COMPATIBLES (coefficient 15)
Deux années compatibles sont deux années consécutives telles que la somme des chiffres de la première divise la seconde.
La somme des chiffres de 2011 est égale à 4 et 2012 est divisible par 4.
Par exemple, 2011 et 2012 sont compatibles car 4 divise 2012.
De même, 2015 et 2016 sont également des années compatibles, car 8 divise 2016.
Quelles seront les deux années compatibles suivantes ?

16 - ORTHO-GRAVE (coefficient 16)
Dans un triangle ABC, les médianes issues de B et de C sont perpendiculaires. L'unité étant le centimètre, on sait que $AB^2 + AC^2 = 500$.
Calculez la distance BC ?

FIN CATÉGORIES L1, GP

17 - L'ÂGE DU PROFESSEUR (coefficient 17)
On fête aujourd'hui l'anniversaire du professeur, qui n'est pas encore centenaire.
Le professeur a un fils et plusieurs petits-enfants. Il annonce à ses invités :
"Les âges de mon fils et de mes petits-enfants, parmi lesquels il n'y a pas de jumeaux, sont tous des termes appartenant à la suite de Fibonacci : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... (dans laquelle chaque terme est la somme des deux précédents). De plus, mon âge est égal à la somme des âges de mon fils et de mes petits-enfants".
Un collègue, qui connaît l'âge du professeur mais ne connaît pas sa famille, intervient : "Alors tu as au moins quatre petits-enfants !".
Quel est l'âge du professeur ?

18 - L'ILE PARFAITE (coefficient 18)
Monsieur Parfait possède une île parfaitement ronde sur laquelle sont posées quatre barrières parfaitement droites reliant quatre points situés sur le bord de l'île. Sur cette île se trouve un étang rond tangent aux quatre barrières.
La figure ne respecte pas les proportions, mais les dimensions de deux des barrières sont indiquées (33 mètres et 77 mètres) ainsi que l'angle formé par ces barrières (135°).



Quelle est la longueur de la barrière AB ?
Si besoin est, on prendra 1,414 pour $\sqrt{2}$, 1,732 pour $\sqrt{3}$ et 3,1416 pour π et on donnera la réponse arrondie au mètre le plus proche.

FIN CATÉGORIES L2, HC