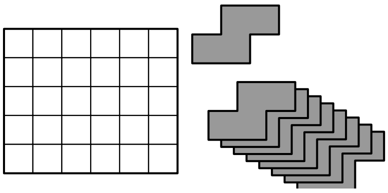
FINALE du 23^{e} Championnat 28 août 2009

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1 - LES QUADRAMINOS (coefficient 1)

Mathias dispose d'un damier rectangulaire de 6×5 cases et d'un jeu de pièces identiques ayant la forme représentée en gris sur la figure.



Combien Mathias peut-il poser de pièces, sans chevauchement, à l'intérieur du damier ?

Note : on peut retourner les pièces.

2 - LES BILLES (coefficient 2)

Mathias avait plus de 20 billes, mais moins de 30.
Il en donne un certain nombre à Mathilde, et lui dit : « J'additionne le triple du nombre de billes que je viens de te donner et la moitié du nombre de billes qu'il me reste. Le résultat est exactement égal au nombre de billes que j'avais avant de t'en donner ».
Combien Mathias avait-il de billes avant d'en donner à Mathilde ?

3 - L'ÂGE DE MATHILDE (coefficient 3)

Mathilde a 11 ans aujourd'hui, son petit frère a 7 ans et sa mère 37 ans.
Mathilde écrit son âge : 11. Elle additionne les chiffres de ce nombre, puis multiplie le résultat par 7 et elle écrit le résultat de la multiplication : 14. Elle recommence ensuite à partir du dernier nombre écrit : elle additionne les chiffres de ce nombre puis multiplie le résultat par 7 et elle écrit le résultat de la multiplication : 35. Les trois premiers nombres écrits sont 11 ; 14 et 35.

Quel sera le 37^{e} nombre qu'écrira Mathilde ?

4 - CHERCHE CARRÉ (coefficient 4)

Deux rectangles de dimensions 5 cm $\times$ 6 cm et 3 cm $\times$ 4 cm sont rangés à l'intérieur d'un carré, sans chevauchement. **Quel est la mesure du côté du carré, au minimum ?**

5 - AUTORÉFÉRENCE (coefficient 5)

Complétez la phrase écrite dans le cadre à l'aide de chiffres afin qu'elle soit vraie.

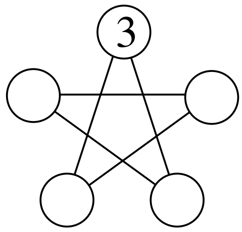
1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 -12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18.
Dans ce cadre, le nombre de chiffres ... est 3 fois plus grand que le nombre de chiffres ...

On reportera les deux chiffres sur le bulletin-réponse.

FIN CATÉGORIE CE

6 - L'ÉTOILE (coefficient 6)

Placez les nombres 5, 6, 7 et 9 aux quatre sommets de l'étoile autres que celui où est déjà placé le 3.



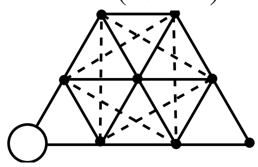
Pour chacun des cinq segments, on calcule la somme des deux nombres à ses extrémités. Les cinq nombres obtenus doivent être cinq nombres qui se suivent.

7 - AVEC 4 ET 6 (coefficient 7)

Quel est le plus petit nombre qui s'écrit uniquement avec des 4 et des 6 (au moins un de chaque), et tel que les divisions de ce nombre par 4 et par 6 donnent des résultats entiers ?

8 - SANS TRIANGLE ÉQUILATÉRAL (coef. 8)

Sur chacun des 9 sommets du réseau, on peut placer soit un pion blanc soit un pion noir ou laisser l'emplacement libre.



On ne doit jamais placer trois pions de la même couleur aux sommets d'un triangle équilatéral, quelles que soient sa taille et son orientation.
Un pion blanc a déjà été placé
Placez le plus grand nombre possible de pions.

FIN CATÉGORIE CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

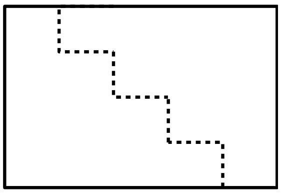
9 - LE CUBE DE DÉS (coefficient 9)

On forme un cube $3 \times 3 \times 3$ en assemblant 27 dés identiques. Les faces d'un dé portent tous les chiffres de 1 à 6 et la somme des points sur deux faces opposées vaut toujours 7.
Quelle est, au minimum, la somme de tous les points visibles sur la surface du cube ?

10 - LE JEU DES VERRES (coefficient 10)

Il y a neuf verres sur une table. Un est à l'endroit, huit sont à l'envers. Un coup consiste à retourner sept verres (un verre quelconque pouvant être retourné de l'endroit à l'envers ou de l'envers à l'endroit).
Au minimum, combien de coups faut-il jouer pour que les verres soient tous à l'endroit ?

11 - DU RECTANGLE AU CARRÉ (coefficient 11)



On découpe le rectangle selon les sept traits en pointillés. Tous les segments de la découpe ont pour longueurs des nombres entiers de centimètres.
En faisant glisser les deux morceaux ainsi obtenus sans les retourner, on peut reconstituer, sans trou ni chevauchement, un carré dont le côté mesure un nombre entier de centimètres.
Quelle est au minimum, en cm, la longueur totale de la découpe ? Note : la figure ne respecte pas les proportions.

FIN CATÉGORIE **C1**

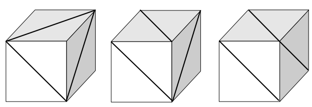
12 - LA NICHE (coefficient 12)
La base de la niche du chien de Julien est un hexagone régulier dont le côté mesure 1 mètre. La niche est fermée et le chien est attaché à l'extérieur de la niche à un sommet de l'hexagone par une corde mesurant 2 mètres.
Quelle est, en mètres carrés, l'aire de la région que le chien peut atteindre à l'extérieur de sa niche ?
On donnera la réponse exacte, en utilisant π si nécessaire.

13 - DOUBLE COUVERTURE (coefficient 13)
En plaçant un carré de 4 cm de côté sur un triangle, on peut couvrir jusqu'à deux tiers de la surface du triangle. En plaçant le triangle sur le carré, on peut couvrir jusqu'à trois quarts de la surface du carré.
Quelle est l'aire du triangle, en cm^2 ?

14 - FRACTIONS SIMPLIFIÉES (coefficient 14)
Mathias vient d'inventer une nouvelle méthode pour simplifier les fractions. Pour simplifier la fraction 49/98, il se contente d'effacer le chiffre qui apparaît au numérateur et au dénominateur, c'est-à-dire le 9 : il obtient alors 4/8, ce qui est bien égal à 49/98.
Quelles autres fractions de la forme a/b (où a et b sont des nombres à deux chiffres, avec un chiffre non nul en commun, et a < b) Mathias est-il capable de simplifier correctement avec sa méthode ?

FIN CATÉGORIE **C2**

15 - LES CUBES (coefficient 15)

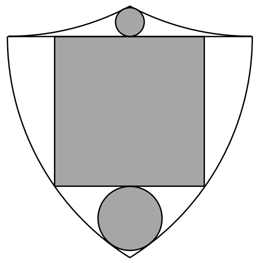


Mathias dispose d'un grand nombre de cubes blancs identiques.
Sur chaque face de chacun d'eux, il trace une diagonale.
Combien obtiendra-t-il de cubes différents, au maximum ?
Note : La figure montre les faces visibles de 3 cubes de Mathias. Attention, certains de ces cubes peuvent ne pas être différents après une rotation dans l'espace !

16 - LA FOURMI DANS LE CUBE (coefficient 16)
Une fourmi part d'un sommet d'un cube.
Chaque mouvement consiste à aller d'un sommet à un autre par une arête du cube.
À chaque sommet, pour le mouvement suivant, la fourmi choisit au hasard une des trois arêtes possibles.
Les choix successifs sont indépendants les uns des autres.
Juste après le septième mouvement, quelle est la probabilité que la fourmi soit passée par les huit sommets du cube (en comptant celui du départ) ?
On répondra sous la forme d'une fraction irréductible.

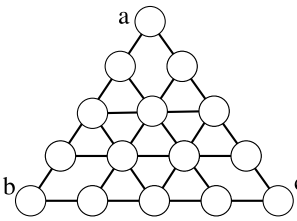
FIN CATÉGORIES **L1, GP**

17 - LE BLASON (coefficient 17)



Le blason de Maths-Château possède un axe de symétrie vertical.
Les quatre arcs de cercle ont le même rayon. Mis bout à bout, un petit et un grand arc de cercle forment exactement un quart de cercle.
La tangente au grand arc est perpendiculaire au segment horizontal et le petit arc est tangent à chaque extrémité de ce segment. Tous les points de tangence et de contact sont parfaits. Les rayons des deux cercles mesurent un nombre entier de millimètres.
Quel est le rapport du plus grand au plus petit ?
On répondra sous la forme d'une fraction irréductible.

18 - DE 2 A 16 (coefficient 18)



Placez tous les nombres de 2 à 16, à raison d'un seul par disque.
La somme des nombres sur chacune des 9 lignes tracées doit toujours être la même.
Aux sommets du triangle, les nombres doivent être placés de façon que a < b < c.

FIN CATÉGORIES **L2, HC**