

## Début catégorie CM

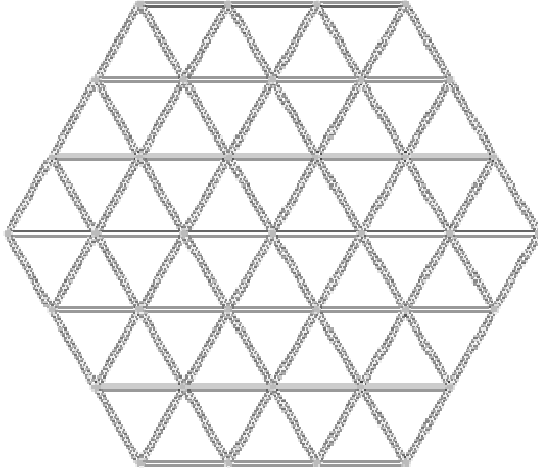
### 1 - LE PRIX DES OEUFS (coefficient 1)

Une question de John Deuff laisse son ami Raoul Mapoule sceptique: «Si six oeufs d'oie coûtent douze francs, et si douze oeufs de poule valent six francs, **quel est le prix de douze oeufs d'oie et six oeufs de poule?**»

**Pouvez-vous répondre à cette question!**

### 2 - LA CONSTRUCTION DE GÉRARD (coefficient 2)

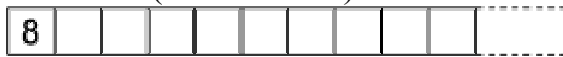
Ce matin, Gérard Dufeu a acheté trois petites boîtes d'allumettes contenant chacune exactement 38 allumettes. Il a ensuite réalisé la belle construction représentée ci-contre (chaque côté d'un petit triangle est constitué d'une allumette).



**Combien reste-t-il d'allumettes non utilisées à G. Dufeu?**

## Début catégorie C1

### 3 - LE RUBAN (coefficient 3)

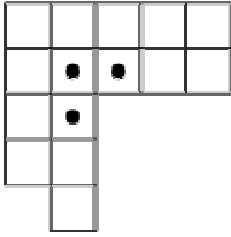


Sur un interminable ruban de papier divisé en cases carrées, on écrit le nombre 8 dans la première case, puis on continue de la manière suivante:

- si le dernier nombre écrit est pair, on écrit sa moitié,
- si le dernier nombre écrit est impair, on écrit la somme des deux derniers nombres écrits.

**Quel est le 94ème nombre écrit?**

#### 4 - LES POMMIERS DU PÈRE COLATEUR (coefficient 4)



Le père Colateur possède un grand terrain, représenté ci-contre, sur lequel sont plantés trois vieux pommiers. Colateur décide de partager son terrain entre ses trois fils, de telle sorte que:

- les trois parcelles, dont les limites suivent les lignes du quadrillage du plan, soient de même forme et de même superficie,
- chacune contienne un pommier.

**Dessinez les trois parcelles.**

**Début catégories C2 L1 GP L2 HC**

#### 5 - PAPY VOIT ROUGE (coefficient 5)

Papy aime bien bricoler. Aujourd'hui, il a peint un gros pavé de bois en rouge pour en faire je ne sais quoi. Les dimensions sont les suivantes: longueur 6 dm, largeur 5 dm, hauteur 4 dm.

Comme je lui demande de me faire des cubes, il me répond:

«Je veux bien débiter ce bois en 120 cubes de 1 dm de côté, mais à condition que tu me dises combien de ces cubes auront exactement une et une seule face rouge.»

**Que répondriez-vous à ma place?**

#### 6 - TU TIRES OU TU TRINQUES? (coefficient 6)

Dans ce championnat de pétanque en tête à tête, en élimination directe, il y a 128 joueurs. A chaque rencontre entre 2 joueurs, l'un élimine l'autre, et la tradition veut que chaque gagnant offre à boire à son perdant et trinque avec lui. La boisson coûte 2,50 F le verre.

**Quelle est la recette du bar à la fin du tournoi?**

**Fin catégorie CM**

*Attention! Pour les problèmes 7 à 16, pour chaque problème susceptible d'avoir plusieurs solutions, sur le bulletin-réponse, on demande le nombre de solutions, et on prévoit l'emplacement pour écrire deux solutions. Ceci ne signifie pas que ces problèmes ont toujours plusieurs solutions. Certains peuvent n'avoir qu'une seule solution!*

#### 7 - ZÉROPHOBIE (coefficient 7)

Karl PANUL a la phobie du chiffre ``0''. Aussi, au lieu d'écrire ``10'' (*dix*), écrit-il ``2 × 5''; de même, au lieu de ``100'' (*cent*), il a l'habitude d'écrire ``4 × 25''.

**Quelle est le plus petit nombre de la forme 100.....00, où les points de suspension sont remplacés par un certain nombre de zéros, que Karl ne pourra pas écrire comme un produit de deux nombres entiers, sans qu'apparaisse le chiffre dont il a horreur, c'est-à-dire le chiffre ``0''?**

## 8 - LES DÉS D'ALAIN (coefficient 8)

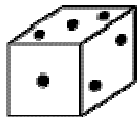


figure 1

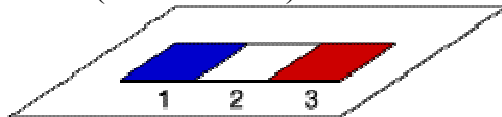


figure 2

Alain possède trois dés dont les faces ont été marquées de façon identique par les points de 1 à 6: un dé bleu, un dé blanc, et un dé rouge. Des faces opposées d'un même dé totalisent toujours 7 points. La figure 1 représente trois faces visibles d'un de ces trois dés.

Alain veut juxtaposer ses trois dés sur le plateau de la figure 2 de telle manière que:

- chaque dé soit posé sur une case de sa couleur
- la somme des points apparaissant sur les faces visibles horizontales A, B, et C soit égale à celle des points qui apparaissent sur les faces visibles verticales D, E, et F, et, en même temps, égale au nombre de points de la face latérale G (figure 3).

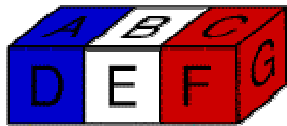
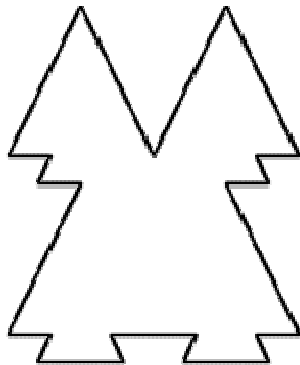


figure 3

**Combien existe-t-il de façons de ranger les dés d'Alain, en satisfaisant aux conditions ci-dessus?**

S'il existe plusieurs solutions, on les cherchera toutes, et on représentera deux dispositions.

## 9 - LES SAPINS SIAMOIS (coefficient 9)



**Découpez ce double sapin en cinq parties superposables.**

**Fin catégorie C1**

## 10 - L'ENCLOS DE B. LAN (coefficient 10)

Les moutons de Bill Lan ont bon appétit. Aussi, celui-ci, afin d'économiser l'herbe de son pré, leur a confectionné un enclos rectangulaire. Il a utilisé pour cela sept barrières de longueurs respectives 11m, 10m, 9m, 7m, 4m, 3m, et 2m, qu'il a placées bout à bout, de façon à former un rectangle.

**Quelle est l'aire de ce rectangle, exprimée en mètres carrés?**

S'il existe plusieurs solutions, on les cherchera toutes.

## 11 - ÉQUIRÉPARTITION (coefficient 11)

Une grille équirépartie est une grille carrée de côté  $n$ , remplie avec les entiers choisis entre 1 et  $n$ , en respectant la règle suivante:  
sur chaque alignement de  $n$  cases (vertical, horizontal ou diagonal), on ne trouve jamais deux fois le même nombre.

La grille  $4 \times 4$  de la figure 1 est un exemple de grille équirépartie.

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

figure 1

Dans la grille ci-contre (figure 2), certains nombres sont déjà placés.

2				1		
3	2	5				1
4			6		2	
5	7					
		3		5		
7					5	

figure 2

**Quelle est la composition de la 1ère ligne (en gris)?**

S'il existe plusieurs solutions, on les cherchera toutes.

### Fin catégorie C2

## 12 - VERT OU ROUGE (coefficient 12)

Sur un grand tableau noir sont inscrites 93 croix vertes et 94 croix rouges. On n'a le droit d'effacer que deux signes à la fois!

- Quand on efface deux signes de la même couleur, on les remplace par une croix rouge.
- Quand on efface deux signes de couleurs différentes, on les remplace par une croix verte.

Après avoir répété un grand nombre de fois cette opération, le grand Jeff Hace constate qu'il ne lui reste que 4 croix.

**Donnez la couleur de ces quatre croix.**

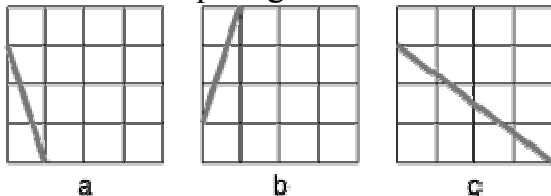
S'il existe plusieurs solutions, on les cherchera toutes.

### 13 - LE CUBE DU MAIRE (coefficient 13)

Les administrés de Cubeville viennent d'offrir à leur maire une magnifique boîte cubique. Les six faces de cette boîte sont des plaques carrées décorées sur une face d'une bande tricolore (la bande présente d'un bord à l'autre les couleurs suivantes: rouge, blanc, bleu, blanc, rouge).

L'artisan qui a réalisé cette boîte avait à sa disposition des carrés de trois types: a, b, et c, représentés ci-dessous.

Il a fait en sorte que, lorsque la boîte est fermée, la bande tricolore forme autour du cube une unique ligne brisée fermée.



**Combien de carrés de chaque type a-t-il utilisés?**

S'il existe plusieurs solutions, on les cherchera toutes.

### 14 - PILE PARTOUT (coefficient 14)

Jean Dubois, buraliste de son état, joue chaque soir au jeu suivant, en comptant la recette de sa journée:

Il pose toutes ses pièces de 10 francs sur son comptoir, côté "face" au-dessus. Il choisit ensuite un nombre  $N$ , inférieur au nombre total de pièces de 10 F dont il dispose. Puis il retourne  $N$  pièces arbitrairement choisies, et recommence ce retournement de  $N$  pièces autant de fois qu'il le désire, son but étant de faire apparaître toutes les pièces avec le côté "pile" dessus. Il ne réussit pas toujours à atteindre cet objectif.

Aujourd'hui, Jean a devant lui 1994 pièces, ayant toutes le côté "face" au-dessus, et il a fixé  $N = 181$ .

**Combien de fois, au minimum, devra-t-il retourner 181 pièces pour que les 1994 pièces de 10 F présentent toutes leur côté "pile" au-dessus?**

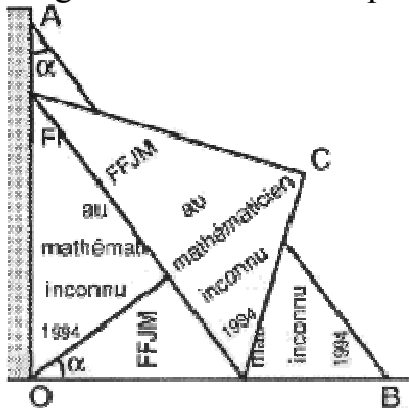
(répondez 0 si vous pensez que c'est impossible).

**Fin catégories L1 et GP**

### 15 - L'ÉLEVATION DE LA PLAQUE (coefficient 15)

Pour un prochain anniversaire de sa création, la FFJM envisage de faire apposer une plaque en l'honneur du "mathématicien inconnu", contre le mur extérieur vertical d'un grand monument (le nom de ce monument est encore tenu secret).

Cette lourde plaque de marbre aura la forme d'un triangle rectangle, dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 1,60 m et 1,20 m.



Pour être fixée dans sa position définitive, cette plaque sera tout d'abord posée, l'hypoténuse coïncidant avec [OB], contre le sol horizontal. Elle sera ensuite levée par une grue, le sommet de l'angle  $\alpha$  se déplaçant le long du segment [OA], et le sommet de l'autre angle aigu glissant sur le sol, jusqu'à ce que l'hypoténuse coïncide avec [OA] (voir figure).

**Au cours du levage de la plaque, quelle sera la longueur du trajet parcouru par le sommet C de l'angle droit?**

(on supposera que ce trajet a lieu entièrement dans le plan du triangle OAB).

On donnera la réponse en mètres, arrondie au centimètre le plus proche.

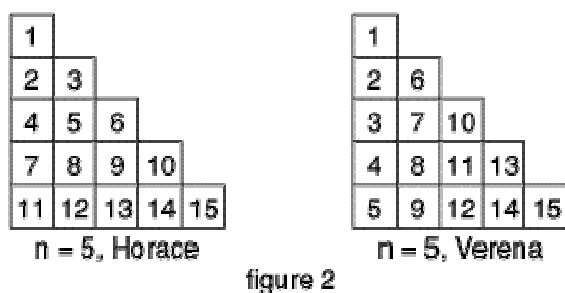
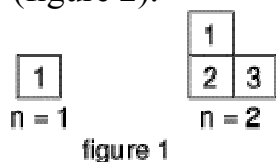
## 16 - HORACE ET VERENA (coefficient 16)

Pour tout entier strictement positif, on considère le tableau triangulaire, aligné à gauche, dont les  $n$  lignes ont, de haut en bas, de 1 à  $n$  cases. On peut y inscrire les entiers dans l'ordre naturel: 1, 2, 3, ..., à raison d'un et un seul par case.

Horace remplit ces tableaux ligne après ligne en partant du haut, tandis que Verena les remplit colonne après colonne en partant de la gauche.

Pour  $n = 1$  et pour  $n = 2$ , les tableaux remplis par Horace et Verena sont les mêmes; ils ont respectivement 1 et 3 nombres inscrits dans la même case (figure 1).

Pour  $n = 5$ , ils sont différents, mais ils ont 5 nombres inscrits dans la même case: 1, 2, 8, 14, et 15 (figure 2).



Quelle est la valeur de  $n$  suivante pour laquelle ils ont aussi un nombre impair de nombres inscrits dans la même case?

**Fin catégories L2 et HC**